

# 落叶果树叶片营养模糊诊断法研究

段泽敏 王贤萍 牛自勉

(山西省农业科学院果树研究所, 太谷 030800)

**摘 要** 研究提出了落叶果树“低量、适量、过量”叶片不同营养状态的隶属函数, 定义出散漫化语气算子和判定化语气算子, 以最大隶属度原则为依据, 建立了落叶果树营养诊断的模糊模型和用于苹果、梨诊断的有关参数。计算分析表明, 在用于桃、葡萄等树种时, 对有关参数进行修正, 此模糊诊断模型适用于落叶果树的营养诊断。

**关键词** 落叶果树 营养诊断 模糊模型 算子

应用叶分析法指导果树施肥与土壤管理, 在技术先进国家已盛行多年, 目前我国一些单位也开展此项技术的研究与应用工作。正确判断果树的叶片营养状况, 对生产实践有着直接影响。叶片营养元素含量不同状态的识别, 一般以 Macy<sup>[6]</sup> 曲线为基本依据。李港丽<sup>[3]</sup> 将落叶果树叶片矿质营养元素含量分为 4~5 级, Leece<sup>[7]</sup> 分为 5 级, 而 Chapman 和 Childers<sup>[4]</sup> 则分为 3 级。这些划分标准, 往往存在不同级别间的浓度交叉重叠或成分含量变化相差甚少, 就归属不同级别的情况。在应用有关标准进行诊断时, 当某一元素的叶分析值处于不同级别的交叉重叠浓度范围的情况下, 往往难以作出正确诊断。

作者以多年积累的叶分析结果为依据, 并收集参考国内外有关文献上发表的叶分析诊断标准, 按照“临界浓度法”, 建立落叶果树叶片营养诊断的模糊模型, 并对模型的识别效果进行了讨论。

## 1 基本数学原理

**1.1** 设在论域  $U$  上给定了映射  $\mu: U \rightarrow [0, 1]$ , 则说  $\mu$  确定了  $U$  上的一个 Fuzzy 子集, 记为  $A$ 。 $\mu$  称为  $A$  的隶属函数, 记作  $\mu_A$ 。 $\mu_A(u)$  称为  $u$  关于  $A$  的隶属度, 它表示  $u$  属于  $A$  的程度。将 Fuzzy 子集简称为 Fuzzy 集。

当  $\mu_A(u) = 1$  时, 则  $u$  完全属于 Fuzzy 集  $A$ , 当  $\mu_A(u) = 0$  时, 则  $u$  完全不属于  $A$ 。 $\mu_A(u)$  愈接近 1,  $u$  属于  $A$  的程度就愈大。

在给定的论域  $U$  上, 可以有多个 Fuzzy 集, 记  $U$  上的 Fuzzy 集的全体为  $F(U)$ , 即:

$F(U) = \{A | A: U \rightarrow [0, 1]\}$  称  $F(U)$  为  $U$  上的 Fuzzy 幂集。

**1.2** 由  $A$  和  $B$  中的元的全体所构成的集, 称为  $A$  与  $B$  的并集, 记为  $A \cup B$ , 即:

$$A \cup B = \{u | u \in A \text{ 或 } u \in B\}$$

由  $A$  和  $B$  中的公共元所构成的集, 称为  $A$  与  $B$  的交集, 记为  $A \cap B$ , 即:

$$A \cap B = \{u | u \in A \text{ 且 } u \in B\}$$

$$X_{A \cup B}(u) \triangleq X_A(u) \vee X_B(u) \triangleq \max\{X_A(u), X_B(u)\} \quad (\forall u \in U)$$

$$X_{A \cap B}(u) \triangleq X_A(u) \wedge X_B(u) \triangleq \min\{X_A(u), X_B(u)\} \quad (\forall u \in U).$$

1.3 若  $A_1, A_2, \dots, A_n \in F(U)$ , 且  $A_i \neq \phi, A_i \neq U (i = 1, 2, \dots, n)$   $\sum_{i=1}^n A_i(u) = 1 (\forall u \in U)$ , 则称  $A_1, A_2, \dots, A_n$  为  $U$  上的一个划分。

1.4 最大隶属度原则: 设  $A_i \in F(U)$ ,  $(i = 1, 2, \dots, n)$ ,  $u \in U$ , 若存在  $i_0$ , 使得  $A_{i_0} = \max\{A_1(u), A_2(u), \dots, A_n(u)\}$ , 则判定  $u$  属于  $A_{i_0}$ 。

## 2 诊断的模糊数学模型

设给定的论域  $U$  为苹果、梨等落叶果树叶片 N、P、K、Ca、Mg、Fe、Mn、Cu、Zn、B 营养元素, 缺乏至中毒的含量范围, 即:

$$U = \{\text{缺乏}, \text{中毒}\}.$$

在给定的论域上, 将叶片元素含量范围划分为“缺乏  $A_1(x)$ ”、“低值  $A_2(x)$ ”、“正常值  $A_3(x)$ ”、“高值  $A_4(x)$ ”、“中毒  $A_5(x)$ ”五个 Fuzzy 子集。

$$\text{令: } A_x(D) \triangleq A_1(x) \cap A_2(x)$$

$$A_x(N) \triangleq A_3(x)$$

$$A_x(E) \triangleq A_4(x) \cap A_5(x)$$

$A_x(D)$ 、 $A_x(N)$ 、 $A_x(E)$  分别表示“低量”、“适量”、“过量”三个 Fuzzy 子集,  $x$  表示不同营养元素。

$A_x(D)$ 、 $A_x(N)$ 、 $A_x(E)$  Fuzzy 子集, 分别以降半梯形分布、对称梯形分布和升半梯形分布建立隶属函数。

表达式分别为:

$$\mu_x(D) = \begin{cases} 1 & x \leq a_1 \\ b_1 - x / b_1 - a_1 & a_1 < x < b_1 \\ 0 & x \geq b_1 \end{cases}$$

$$\mu_x(N) = \begin{cases} 0 & x \leq b_2, x \geq b_3 \\ x - b_2 / a_2 - b_2 & b_2 < x < a_2 \\ b_3 - x / b_3 - a_3 & a_3 < x < b_3 \\ 1 & a_2 \leq x \leq a_3 \end{cases}$$

$$\mu_x(E) = \begin{cases} 0 & x \leq b_4 \\ x - b_4 / a_4 - b_4 & b_4 < x < a_4 \\ 1 & x \geq a_4 \end{cases}$$

为说明  $A_x(D)$ 、 $A_x(N)$ 、 $A_x(E)$  Fuzzy集的交叉重叠,

设  $A_x(D \cap N) = A_x(D) \cap A_x(N)$

$A_x(N \cap E) = A_x(N) \cap A_x(E)$

且  $\mu_x(D \cap N) \triangleq \mu_x(D) \cap \mu_x(N) = \mu_x(D) \wedge \mu_x(N)$

$\mu_x(N \cap E) = \mu_x(N) \cap \mu_x(E) = \mu_x(N) \wedge \mu_x(E)$

其中  $\mu_x(D \cap N)$ 、 $\mu_x(N \cap E)$  分别表示低适量重叠和适过量重叠。对重叠的程度, 引入散漫化语气算子“略”予以说明。即: 使  $\mu_x(D \cap N)$ 、 $\mu_x(N \cap E)$  分别变为  $\mu_x^a(D \cap N)$  和  $\mu_x^a(N \cap E)$ , 其中  $a = 1/5$ 。

即: 低适量略重叠  $\triangleq \mu_x^{\frac{1}{5}}(D \cap N)$

适过量略重叠  $\triangleq \mu_x^{\frac{1}{5}}(N \cap E)$

在诊断结果的说明上, 引入判定化算子“偏” $P_\lambda$ 、 $P'_\lambda$ , 其中取  $\lambda = 1/2$ 。

### 3 模型的参数与应用

将收集的数据整理、统计, 确定模型参数 (表1) 和判定化算子  $P_\lambda$ 、 $P'_\lambda$  参数 (表2)。分别以苹果、梨叶分析结果为例, 说明模型的应用。

表1 模型参数

元素	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$	$b_3$	$a_4$	$b_4$
N	1.834	2.055	2.20	1.90	2.50	2.80	3.152	2.550
P	0.10	0.152	0.174	0.14	0.23	0.26	0.274	0.255
K	0.72	1.175	1.30	1.005	1.80	2.10	2.20	1.850
Ca	0.75	1.200	1.30	1.00	2.00	2.30	2.60	2.10
Mg	0.15	0.233	0.25	0.20	0.35	0.40	0.45	0.38
Fe	60	180	200	150	220	250	310	230
Mn	20	35	65	30	105	140	210	120
Cu	3.0	6.0	10	5.0	15	20	25	18
Zn	10	20	30	15	40	55	60	45
B	10	20	35	15	40	60	80	50

表 2 判定化算子  $P_{\lambda}$ 、 $P'_{\lambda}$  参数

元素		$P_{\lambda}$		$P'_{\lambda}$	
N	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$N > 2.05$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$N < 2.65$	
		$N < 2.05$		$N > 2.65$	
P	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$P > 0.157$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$P < 0.245$	
		$P < 0.157$		$P > 0.245$	
K	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$K > 1.15$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$K < 1.95$	
		$K < 1.15$		$K > 1.95$	
Ca	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Ca > 1.15$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Ca < 2.15$	
		$Ca < 1.15$		$Ca > 2.15$	
Mg	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Mg > 0.225$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Mg < 0.375$	
		$Mg < 0.225$		$Mg > 0.375$	
Fe	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Fe > 165$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Fe < 235$	
		$Fe < 165$		$Fe > 235$	
Mn	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Mn > 47.5$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Mn < 122.5$	
		$Mn < 47.5$		$Mn > 122.5$	
Cu	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Cu > 7.5$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Cu < 17.5$	
		$Cu < 7.5$		$Cu > 17.5$	
Zn	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Zn > 22.5$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$Zn < 47.5$	
		$Zn < 22.5$		$Zn > 47.5$	
B	$P_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$B > 25$	$P'_{\lambda} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$B < 50$	
		$B < 25$		$B > 50$	

例一，红星苹果叶片某一样品，元素含量分析结果为：N 2.00%、P 0.18%、K 2.91%、Ca 1.92%、Mg 0.51%、Fe  $94.4 \times 10^{-6}$ 、Mn  $62 \times 10^{-6}$ 、Cu  $19.7 \times 10^{-6}$ 、Zn  $22 \times 10^{-6}$ 、B  $52 \times 10^{-6}$ 。

隶属函数计算结果如下：

	$\mu x(D)$	$\mu x(N)$	$\mu x(E)$	$\mu x(D \cap N)^{\frac{1}{2}}$	$\mu x(N \cap E)^{\frac{1}{2}}$
N	0.2489	0.3333	0	0.7572	0
P	0	1	0	0	0
K	0	0	1	0	0
Ca	0	1	0	0	0
Mg	0	0	1	0	0
Fe	0.7132	0	0	0	0
Mn	0	0.9143	0	0	0
Cu	0	0.0600	0.2429	0	0.5697
Zn	0	0.4667	0	0	0
B	0	0.4000	0.0667	0	0.5819

$$\begin{aligned}
N &\in A_N(D \cap N), \quad \mu_N(D \cap N)^{\frac{1}{5}} = 0.7572 = \max\{0.2489, 0.3333, 0, 0.7572, 0\} \\
P &\in A_P(N), \quad \mu_P(N) = 1 = \max\{0, 1, 0, 0, 0\} \\
K &\in A_K(E), \quad \mu_K(E) = 1 = \max\{0, 0, 1, 0, 0\} \\
Ca &\in A_{Ca}(N), \quad \mu_{Ca}(N) = 1 = \max\{0, 1, 0, 0, 0\} \\
Mg &\in A_{Mg}(E), \quad \mu_{Mg}(E) = 1 = \max\{0, 0, 1, 0, 0\} \\
Fe &\in A_{Fe}(D), \quad \mu_{Fe}(D) = 0.71321 = \max\{0.7132, 0, 0, 0, 0\} \\
Mn &\in A_{Mn}(N), \quad \mu_{Mn}(N) = 0.9143 = \max\{0, 0.9143, 0, 0, 0\} \\
Cu &\in A_{Cu}(N \cap E), \quad \mu_{Cu}(N \cap E) = 0.5697 = \max\{0, 0.0600, 0.2429, 0, 0.5697\} \\
Zn &\in A_{Zn}(N), \quad \mu_{Zn}(N) = 0.4667 = \max\{0, 0.4667, 0, 0, 0\} \\
B &\in A_B(N \cap E), \quad \mu_B(N \cap E) = 0.5819 = \max\{0, 0.4, 0.0667, 0, 0.5819\}
\end{aligned}$$

结合判定化算子  $P_{\lambda}$ 、 $P'_{\lambda}$ ，可得如下诊断结论：

- N 含量处低、适量重叠范围，属适量偏低 ( $P_{\lambda N} = 1$ )；
- P、Ca、Mn 含量处适量范围；
- K、Mg 含量处过量范围；
- Zn 含量属适量范围，但偏低 ( $P_{\lambda Zn} = 1$ )；
- Cu、B 含量处适、过量重叠范围，属适量偏高 ( $P'_{\lambda Cu, B} = 1$ )；
- Fe 含量处低量范围。

例二，某酥梨叶片样品，元素含量分析结果为：N 2.18%，P 0.18%、K 1.31%、Ca 1.03%、Mg 0.23%、Fe  $88.4 \times 10^{-6}$ 、Mn  $42.0 \times 10^{-6}$ 、Cu  $12.8 \times 10^{-6}$ 、Zn  $23.0 \times 10^{-6}$ 、B  $37.0 \times 10^{-6}$ 。

隶属函数计算与识别结果如下：

$$\begin{aligned}
N &\in A_N(N), \quad \mu_N(N) = 0.9333 = \max\{0, 0.9333, 0, 0, 0\} \\
P &\in A_P(N), \quad \mu_P(N) = 1 = \max\{0, 1, 0, 0, 0\} \\
K &\in A_K(N), \quad \mu_K(N) = 1 = \max\{0, 1, 0, 0, 0\} \\
Ca &\in A_{Ca}(D \cap N), \quad \mu_{Ca}(D \cap N)^{\frac{1}{5}} = 0.6309 = \max\{0.3778, 0.1000, 0, 0.6309, 0\} \\
Mg &\in A_{Mg}(N), \quad \mu_{Mg}(N) = 0.6000 = \max\{0.0361, 0.6000, 0, 0.5148, 0\} \\
Fe &\in A_{Fe}(D), \quad \mu_{Fe}(D) = 0.7633 = \max\{0.7633, 0, 0, 0, 0\} \\
Mn &\in A_{Mn}(N), \quad \mu_{Mn}(N) = 0.3429 = \max\{0, 0.3429, 0, 0, 0\} \\
Cu &\in A_{Cu}(N), \quad \mu_{Cu}(N) = 1 = \max\{0, 1, 0, 0, 0\} \\
Zn &\in A_{Zn}(N), \quad \mu_{Zn}(N) = 0.5333 = \max\{0, 0.5333, 0, 0, 0\} \\
B &\in A_B(N), \quad \mu_B(N) = 1 = \max\{0, 1, 0, 0, 0\}
\end{aligned}$$

结合判定化算子  $P_{\lambda}$ 、 $P'_{\lambda}$ ，可得如下诊断结论：

- a. N、P、K、Mg、Cu、Zn、B 含量处适量范围;
- b. Ca、Mn 含量, 处低、适量重叠范围, 属适量偏低 ( $P_{\lambda Ca, Mn} = 1$ );
- c. Fe 含量处低量范围。

## 4 讨论

L. A. Zadeh 曾指出, 当系统的复杂性日益增长时, 我们作出系统特性的精确而有意义的描述能力将相应降低, 直至达到精确性和意义性变成两个相互排斥的特性。因此, 精确地描述大系统简直是不可能的, 而不得不采用模糊的方法。果树的生长发育, 处于一个物质、能量不断运动、交换的开放体系中, 营养元素在“植物—土壤—肥料”系统中的运动, 有其复杂而独特的规律。自从“营养平衡”的概念提出以后, 叶分析技术由过去只能分析少数营养元素, 发展到目前可分析十多种, 并且可以预料, 随着植物必需的营养的新发现, 分析诊断的处理对象会更加复杂。虽然目前叶分析技术日益成熟和规范化, 但是从样品采集、洗涤的每一个环节, 以及使用不同的分析方法和不同仪器都会对叶片元素含量测定值产生不同的影响, 即使是对于同一个样品的分析测定值, 不同的诊断者依照不同的诊断理论, 按照不同的诊断标准, 其诊断结果也并不完全一致。叶分析诊断的全部目的, 不仅仅在于告诉果农多施或少施某种肥料, 其目的之一在于对果树当前的营养状况作出与当地的生态环境、栽培措施及管理要求等较为吻合的正确判断。评价叶分析诊断的成功与否, 只是在采取了一定的技术措施之后, 而不是在此之前。因此, 采用模糊方法, 通过建立模糊模型, 对果树的营养状况进行诊断, 较建立在二值逻辑基础之上的经典诊断方法, 更有其合理之处。

目前, “临界浓度法”诊断的基本依据是 Macy 曲线。不同的研究者将此曲线划分成不同的区间, 并相应定义出: 临界水平, 足够水平, 缺乏范围, 缺乏, 中毒, 标准值等元素含量的不同术语。Kenworth<sup>[4]</sup>曾指出, 在大多数情况下, 这些术语的定义不够明确, 而且对不同的诊断者, 这些术语的意义互不一致, 本文中, 作者将落叶果树叶片元素含量分为“低量、适量、过量”三个级别, 级别之间的过渡及其程度, 可用模型中定义的运算和算子进行描述。这样, 在制定诊断标准时较为简便, 并且较好地解决了样品分析值处于不同浓度范围交叉重叠时作出正确诊断所遇到的困难。在采用自然语言说明诊断结果时, 引入了量化的概念。

经对落叶果树叶片样品分析结果进行计算表明, 本文提出的模型及其参数, 用于苹果、梨树的营养诊断, 其结果较为满意, 这与一些研究者以苹果和梨用一个标准和做法相一致。从数学原理上讲, 该模型也可适用于桃、葡萄等其它落叶果树的营养诊断, 但需对 N、K、Ca 等参数进行修正, 并且依此模型和参数, 可实现落叶果树营养诊断的电子计算机化, 有利于提高效率和减少主观猜测。

## 参 考 文 献

- 1 陈贻源. 模糊数学. 武汉: 华中工学院出版社, 1984, 4~48
- 2 贺仲雄. 模糊数学及其应用. 天津科学技术出版社, 1985, 321~340
- 3 李港丽, 苏润宇, 沈隽. 几种落叶果树叶片矿质元素含量标准值的研究. 园艺学报, 1987, 14 (2): 81~

88

- 4 沃尔什, LM等著, 周鸣铮译.土壤测定与植物分析.北京: 农业出版社, 1982, 247~255
- 5 查普曼, HP著, 庄伊美译.园艺植物营养诊断标准.上海科学技术出版社, 1986, 276~379
- 6 Lauchli A Bielecki BL. Encyclopedia of plant physiology (New series). New York: Springer-Verlag Book Company, 1983, 120~140
- 7 Bould C Hewitt EJ. Diagnosis of mineral disorders in plants. New York : Chemical Publishing Co Inc, 1984, 111~136

## A Study on Fuzzy Diagnostic Method of Mineral Nutrient Elements in the Leaves of Deciduous Fruit Tree

Duan Zemin      Wang Xianping      Niu Zimian

(Institute of Pomology, Shanxi Academy of Agricultural Sciences, Taigu 030800)

**Abstract** In this paper the authors suggested the subordinate function of deficient, normal and excessive nutrition states in the leaves of deciduous fruit tree defined discrete operator and decision operator, and formed fuzzy diagnostic model of mineral nutrient content in deciduous fruit tree, according to maximum subordination principle. The result indicated that the model was also suitable for peach and grape by introducing proper parameter, and this fuzzy diagnostic method can be used for other deciduous fruit tree.

**Key words:** Deciduous fruit tree; Nutrient diagnosis; Subordinate function ;Fuzzy model ;Operator